

С. А. Шестаков, Д. Д. Гуцин

B1

B2

B3

B4

B5

B6

B7

B8

B9

B10

B11

ЕГЭ 2010

Математика

Задача B12

Рабочая тетрадь

учени _____

_____ класса _____

школы _____

Под редакцией
А. Л. Семенова и И. В. Яценко

B12

Разработано МИОО

Диагностическая работа

1. Расстояние между городами **А** и **В** равно 435 км. Из города **А** в город **В** со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города **В** выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города **А** автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

2. Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

3. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

4. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

5. Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч, вторую треть — со скоростью 16 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 24 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

6. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Диагностическая работа

7. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

8. Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 360 литров она заполняет на 10 минут медленнее, чем вторая труба?

9. Пять рубашек дешевле куртки на 25 %. На сколько процентов семь рубашек дороже куртки?

10. Виноград содержит 91% влаги, а изюм — 7%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 21 килограмма изюма?

11. Том Сойер и Гекльберри Финн красят забор длиной 100 метров. Каждый следующий день они красят больше, чем в предыдущий, на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме они покрасили 20 метров забора. За сколько дней был покрашен весь забор?

12. У гражданина Петрова 1 августа 2000 года родился сын. По этому случаю он открыл в некотором банке вклад в 1000 рублей. Каждый следующий год 1 августа он пополнял вклад на 1000 рублей. По условиям договора банк ежегодно 31 июля начислял 20% на сумму вклада. Через 6 лет у гражданина Петрова родилась дочь, и **он** открыл в другом банке ещё один вклад, уже в 2200 рублей, и каждый следующий год пополнял этот вклад на 2200 рублей, а банк ежегодно начислял 44% на сумму вклада. Через сколько лет после рождения сына суммы на каждом из двух вкладов сравняются, если деньги из вкладов не изымаются?

Задачи на движение

Этот параграф посвящен текстовым задачам в той их части, которую составляют задачи на движение. Во всех таких задачах допускается определенная идеализация: считается, что тела движутся прямолинейно и равномерно, скорости (в том числе скорость течения) постоянны в течение определенных промежутков времени, не меняются при поворотах и т.д., движущиеся тела считаются материальными точками (если не оговорено противное), т.е. не имеющими размеров и массы (вернее, их размеры и масса несущественны для решения задачи). Даже решение задач на движение по окружности не требует применения специальных понятий — угловой скорости и т.п.; здесь точнее было бы говорить о движении по замкнутой трассе. Если расстояние между пунктами, из которых начинают движение два тела, не задано, иногда бывает удобно положить его равным единице.

При решении задач на движение двух тел часто очень удобно считать одно тело неподвижным, а другое — приближающимся к нему со скоростью, равной сумме скоростей этих тел (при движении навстречу) или разности скоростей (при движении вдогонку). Такая модель помогает разобраться с условием задачи, получить нужные уравнения даже в таком относительно трудном случае, как движение по окружности.

Основными типами задач на движение являются следующие:

- 1) задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку),
- 2) задачи на движение по замкнутой трассе,
- 3) задачи на движение по воде,
- 4) задачи на среднюю скорость,
- 5) задачи на движение протяженных тел.

Рассмотрим более подробно каждый из этих типов задач, выделив, где необходимо, базовые задачи.

1. Движение навстречу.

Решение задачи 1 диагностической работы

Если расстояние между двумя телами равно s , а их скорости v_1 и v_2 , то время t , через которое они встретятся, находится по формуле

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2}.$$

1. Расстояние между городами A и B равно 435 км. Из города A в город B со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города A автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Решение. Через час после выезда первого автомобиля расстояние между автомобилями стало равно

$$435 - 60 = 375 \text{ (км)},$$

поэтому автомобили встретятся через время

$$t = \frac{375}{60 + 65} = 3 \text{ (ч)}.$$

Таким образом, до момента встречи первый автомобиль будет находиться в пути 4 часа и проедет $60 \cdot 4 = 240$ (км).

Ответ. 240.

Тренировочная работа 1

T1.1. Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 60 км/ч и 80 км/ч?

T1.2. Из городов **A** и **B**, расстояние между которыми равно 480 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля: из города **A** со скоростью 55 км/ч, а из города **B** — со скоростью 65 км/ч. На каком расстоянии от города **A** автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

T1.3. Из двух городов, расстояние между которыми равно 390 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Найдите скорость первого автомобиля, если скорость второго равна 60 км/ч и автомобили встретились через 3 часа после выезда. Ответ дайте в км/ч.

T1.4. Из городов **A** и **B**, расстояние между которыми равно 440 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 4 часа на расстоянии 260 км от города **B**. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города **A**. Ответ дайте в км/ч.

T1.5. Расстояние между городами **A** и **B** равно 580 км. Из города **A** в город **B** со скоростью 80 км/ч выехал автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города **B** выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда второго автомобиля автомобили встретятся?

T1.6. Расстояние между городами **A** и **B** равно 380 км. Из города **A** в город **B** со скоростью 50 км/ч выехал автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города **B** выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города **A** автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

T1.7. Расстояние между городами **A** и **B** равно 440 км. Из города **A** в город **B** со скоростью 60 км/ч выехал автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города **B** выехал второй автомобиль. Найдите скорость второго автомобиля, если автомобили встретились через 2 часа после его выезда из города **B**. Ответ дайте в км/ч.

Тренировочная работа 1

Т1.8. Расстояние между городами А и В равно 436 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через 4 часа после этого навстречу ему из города **В** выехал со скоростью 56 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 324 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

Т1.9. Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 2 часа раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 45 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

Т1.10. Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали с постоянными скоростями два автомобиля. Скорость первого автомобиля была в два раза больше скорости второго, и он прибыл в В на 1 час быстрее, чем второй прибыл в А. На сколько минут раньше произошла бы встреча автомобилей, если бы второй автомобиль ехал с **той** же скоростью, что и первый?

2. Движение вдогонку.

Решение задачи 2 диагностической работы

Если расстояние между двумя телами равно s , они движутся по прямой в одну сторону со скоростями v_1 и v_2 соответственно ($v_1 > v_2$) так, что первое тело следует за вторым, то время t , через которое первое тело догонит второе, находится по формуле

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2}.$$

2. Два пешехода отправляются в одном направлении одновременно из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

Решение. Время t в часах, за которое расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам, т.е. 0,3 км, находим по формуле

$$t = \frac{0,3}{1,5} = 0,2 \text{ (ч)}.$$

Следовательно, это время составляет 12 минут.

Ответ. 12.

Тренировочная работа 2

Т2.1. Города А, В и С соединены прямолинейным шоссе, причем город В расположен между городами А и С. Из города А в сторону города С выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города В в сторону города С выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на 25 км/ч больше скорости грузовика, а расстояние между городами А и В равно 125 км?

Т2.2. Два пешехода отправляются из одного и того же места в одном направлении на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 200 метрам?

Т2.3. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 6 км от места отправления. Первый идет со скоростью 4,5 км/ч, а второй — со скоростью 5,5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. Сколько метров от опушки до места их встречи?

Т2.4. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 500 метров меньше, чем скорый, и на путь в 120 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Т2.5. Из города А в город В выехал грузовик, а через час следом за ним выехал легковой автомобиль. Через два часа после выезда легковой автомобиль догнал грузовик и приехал в пункт В на 3 часа раньше, чем грузовик. Сколько часов потратил на дорогу от А до В грузовик?

Т2.6. Из посёлка А в посёлок В, расстояние между которыми равно 20 км, выехал грузовик, а через 8 минут следом за ним выехал автобус, скорость которого на 5 км/ч больше скорости грузовика. Найдите скорость автобуса, если в посёлок В он прибыл одновременно с грузовиком. Ответ дайте в км/ч.

Тренировочная работа 2

Т2.7. Из города А в город В, расстояние между которыми равно 100 км, одновременно выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость мотоциклиста на 30 км/ч больше скорости велосипедиста, и в В он приехал на 3 часа раньше, чем велосипедист. Найдите скорость велосипедиста. Ответ дайте в км/ч.

Т2.8. Расстояние между городами А и В равно 80 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 20 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист. Мотоциклист догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он проехал половину пути от С до А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

Т2.9. Из города А в город В одновременно выехали два автомобиля: первый со скоростью 80 км/ч, а второй — со скоростью 60 км/ч. Через полчаса следом за ними выехал третий автомобиль. Найдите скорость третьего автомобиля, если известно, что с момента, когда он догнал второй автомобиль, до момента, когда он догнал первый автомобиль, прошёл 1 час 15 минут. Ответ дайте в км/ч.

Т2.10. Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 12 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

3. Движение по окружности (замкнутой трассе).

Решение задачи 3 диагностической работы

Рассмотрим движение двух точек по окружности длины s в одном направлении при одновременном старте со скоростями v_1 и v_2 ($v_1 > v_2$) и ответим на вопрос: через какое время первая точка будет опережать вторую ровно на один круг? Считая, что вторая точка покоится, а первая приближается к ней со скоростью $v_1 - v_2$, получим, что условие задачи будет выполнено, когда первая точка поравняется в первый раз со второй. При этом первая точка пройдет расстояние, равное длине одного круга, и искомая формула ничем не отличается от формулы, полученной для задачи на движение вдогонку:

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2}.$$

Итак, если две точки одновременно начинают движение по окружности в одну сторону со скоростями v_1 и v_2 соответственно ($v_1 > v_2$ соответственно), то первая точка приближается ко второй со скоростью $v_1 - v_2$. И в момент, когда первая точка в первый раз догоняет вторую, она проходит расстояние на один круг больше.

3. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Пусть скорость второго автомобиля x км/ч. Поскольку 40 минут составляют $\frac{2}{3}$ часа и это — то время, за которое первый автомобиль будет опережать второй на один круг, составим по условию задачи уравнение

$$\frac{14}{80 - x} = \frac{2}{3},$$

откуда $160 - 2x = 42$, т. е. $x = 59$.

Ответ. 59.

Тренировочная работа 3

ТЗ.1. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 15 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 60 км/ч, скорость второго равна 80 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?

ТЗ.2. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 10 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 90 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

ТЗ.3. Два мотоцикла стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 20 км. Через сколько минут мотоциклы поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 12 км/ч больше скорости другого?

ТЗ.4. Часы со стрелками показывают 9 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в третий раз поравняется с часовой?

ТЗ.5. Лыжные соревнования проходят на круговой лыжне. Первый лыжник проходит один круг на 2 минуты быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут второй лыжник проходит один круг?

ТЗ.6. Два тела движутся по окружности в одну сторону. Первое проходит круг на 3 минуты быстрее второго и догоняет второе каждые полтора часа. За сколько минут первое тело проходит один круг?

ТЗ.7. Две точки равномерно вращаются по окружности. Первая совершает оборот на 5 секунд быстрее второй и делает за минуту на 2 оборота больше, чем вторая. Сколько оборотов в минуту совершает вторая точка?

Тренировочная работа 3

Т3.8. Из точки A круговой трассы одновременно начинают равномерное движение в противоположных направлениях два тела. В момент их встречи первое тело проходит на 100 метров больше, чем второе, и возвращается в точку A через 9 минут после встречи. Найдите длину трассы в метрах, если второе тело возвращается в точку A через 16 минут после встречи.

Т3.9. Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист, а через 20 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через полчаса после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 24 км. Ответ дайте в км/ч.

Т3.10. Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошел первый круг 5 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 2 км/ч меньше скорости второго. Ответ дайте в км/ч.

4. Движение по воде.

Решение задачи 4 диагностической работы

В задачах на движение по воде скорость течения считается неизменной. При движении по течению скорость течения прибавляется к скорости плывущего тела, при движении против течения — вычитается из скорости тела. Скорость плота считается равной скорости течения.

4. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

Решение. Пусть искомая величина равна $2x$. Составим по условию задачи уравнение

$$\frac{x}{28} + \frac{x}{22} + 5 = 30,$$

откуда

$$\frac{x}{28} + \frac{x}{22} = 25, \quad \frac{11x + 14x}{28 \cdot 11} = 25, \quad \frac{25x}{308} = 25, \quad x = 308.$$

Значит, искомое расстояние равно 616 км.

Тренировочная работа 4

Т4.1. Моторная лодка прошла 48 км по течению реки и вернулась обратно, потратив на весь путь 7 часов. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна x км/ч. Какое уравнение соответствует данному условию?

1) $\frac{48}{x+2} + \frac{48}{x-2} = 7;$

2) $\frac{48}{x+2} + \frac{48}{x-2} = \frac{1}{7};$

3) $\frac{x+2}{48} + \frac{x-2}{48} = 7;$

4) $\frac{x+2}{48} + \frac{x-2}{48} = \frac{1}{7}.$

Т4.2. Баржа прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 3 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость баржи в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.3. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 20 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 14 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

Т4.4. Расстояние между пристанями А и В равно 48 км. Отчалив от пристани А в 9:00 утра, теплоход проплыл с постоянной скоростью до пристани б. После двухчасовой стоянки у пристани В теплоход отправился в обратный рейс и прибыл в А в тот же день в 20.00. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.5. Расстояние между пристанями А и В равно 60 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 36 км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Тренировочная работа 4

Т4.6. Баржа проплыла по течению реки 60 км и, повернув обратно, проплыла еще 20 км, затратив на весь путь 7 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.7. Баржа проплыла по реке от пристани А до пристани В и вернулась обратно, затратив на путь по течению реки в два раза меньше времени, чем на путь против течения. Во сколько раз скорость течения реки меньше собственной скорости баржи?

Т4.8. От лесоповала вниз по течению реки движется со скоростью 3 км/ч плот. Плотовщик доплывает на моторке из конца плота к его началу и обратно за 16 минут 40 секунд. Найдите длину плота, если собственная скорость моторки равна 15 км/ч. Ответ дайте в километрах.

Т4.9. От лесоповала вниз по течению реки движется плот длиной 1 км. Плотовщик доплывает на моторке из конца плота к его началу и обратно за 8 минут 20 секунд. Найдите скорость плота, если собственная скорость моторки равна 15 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Т4.10. Войсковой обоз длиной 2 км движется со скоростью 3 км/ч. Вестовой пробегает из конца обоза до его начала и обратно за 30 минут. Найдите скорость вестового. Ответ дайте в км/ч.

5. Средняя скорость.

Решение задачи 5 диагностической работы

Напомним, что средняя скорость вычисляется по формуле

$$v = \frac{S}{t},$$

где S — путь, пройденный телом, а t — время, за которое этот путь пройден. Если путь состоит из нескольких участков, то следует вычислить всю длину пути и всё время движения. Например, если путь состоял из двух участков протяженностью s_1 и s_2 , скорости на которых были равны соответственно v_1 и v_2 , то

$$S = s_1 + s_2, \quad t = t_1 + t_2,$$

где

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1}, \quad t_2 = \frac{s_2}{v_2}.$$

5. Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч, вторую треть — со скоростью 16 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 24 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Обозначим длину всей трассы через $3s$. Тогда первую треть трассы велосипедист проехал за время $t_1 = \frac{s}{12}$, вторую треть — за время $t_2 = \frac{s}{16}$, последнюю треть — за время $t_3 = \frac{s}{24}$. Значит, время, потраченное им на весь путь, равно

$$t_1 + t_2 + t_3,$$

т.е.

$$\frac{s}{12} + \frac{s}{16} + \frac{s}{24} = \frac{9s}{48}.$$

Поэтому искомая средняя скорость находится по формуле

$$v = 3s : \frac{9s}{48} = 3s \cdot \frac{48}{9s} = 16 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ. 16.

Тренировочная работа 5

Т5.1. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 84 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 56 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.2. Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 56 км/ч, а вторую — со скоростью 84 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.3. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 25 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 475 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.4. Треть времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, вторую треть времени — со скоростью 75 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 85 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.5. Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, вторую треть — со скоростью 80 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.6. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 55 км/ч, следующий час — со скоростью 70 км/ч, а последние три часа — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.7. Первые 100 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 240 км — со скоростью 60 км/ч, а последние 200 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.8. Автомобиль проехал треть пути со скоростью 60 км/ч, а оставшееся расстояние — со скоростью 80 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Тренировочная работа 5

Т5.9. Собственная скорость теплохода равна 25 км/ч, скорость течения реки равна 5 км/ч. Теплоход проплыл 6 часов по течению реки и 4 часа против течения. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Т5.10. Собственная скорость теплохода равна 20 км/ч, скорость течения реки равна 4 км/ч. Теплоход проплыл от одной пристани до другой и вернулся обратно. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

6. Движение протяженных тел.

Решение задачи 6 диагностической работы

В задачах на движение протяженных тел требуется, как правило, определить длину одного из них. Наиболее типичная ситуация: определение длины поезда, проезжающего мимо столба или протяженной платформы. В первом случае поезд проходит мимо столба расстояние, равное длине поезда, во втором случае — расстояние, равное сумме длин поезда и платформы.

6. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Решение. Будем считать, что первый сухогруз неподвижен, а второй приближается к нему со скоростью x (м/мин), равной разности скоростей второго и первого сухогрузов. Тогда за 12 минут второй сухогруз проходит расстояние

$$l = 400 + 80 + 120 + 600 = 1200 \text{ (м)}.$$

Поэтому

$$x = \frac{1200}{12} = 100 \text{ (м/мин)},$$

т. е. 6 км/ч.

Ответ. 6.

Тренировочная работа 6

Т6.1. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Т6.2. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 54 км/ч, проезжает мимо идущего параллельно путям со скоростью 6 км/ч навстречу ему пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Т6.3. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 65 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 5 км/ч пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Т6.4. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 800 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

Т6.5. Человек в купе идущего со скоростью 60 км/ч пассажирского поезда, увидев идущий навстречу по параллельной колее товарный состав, засекает время, за которое тот прошёл мимо него. Найдите длину товарного состава, если это время равно 20 секундам, а скорость товарного состава равна 30 км/ч. Ответ дайте в метрах.

Т6.6. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 50 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 600 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 30 секундам. Ответ дайте в метрах.

Т6.7. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 1400 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 3 минутам. Ответ дайте в метрах.

Тренировочная работа 6

Т6.8. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют две баржи: первая длиной 60 метров, вторая — длиной 40 метров. Сначала вторая баржа отстает от первой, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первой баржи до носа второй баржи составляет 200 метров. Через 18 минут после этого уже первая баржа отстает от второй так, что расстояние от кормы второй баржи до носа первой равно 300 метрам. На сколько километров в час скорость первой баржи меньше скорости второй?

Т6.9. Лида спустилась по движущемуся эскалатору за 24 секунды. По неподвижному эскалатору с той же скоростью относительно него она спустится за 42 секунды. За сколько секунд она спустится, стоя на ступеньках движущегося эскалатора?

Т6.10. Петя сбежал вниз по движущемуся эскалатору и насчитал 30 ступенек. Затем он пробежал вверх по тому же эскалатору с той же скоростью относительно эскалатора и насчитал 70 ступенек. Сколько ступенек он насчитал бы, спустившись по неподвижному эскалатору?

Задачи на производительность

В определенном смысле задачи на работу схожи с задачами на движение: роль скорости здесь играет производительность, роль расстояния — объем работы. В тех случаях, когда объем работы в явном виде не задан, его иногда удобно принять равным единице. Существенно разных задач здесь практически нет, во всех случаях речь идет о выполнении определенной работы, меняются только сюжеты, а «математическая» фабула остается одной и той же. Иногда в задачах на работу выделяют группу задач на трубы и бассейны, решение которых, вообще говоря, не имеет никаких специфических черт по сравнению с другими задачами на работу.

Иногда в задачах на совместную работу можно обойтись без решения уравнений, используя только арифметический способ. Правда, для этого порой приходится прибегать к гипотетическим допущениям. Рассмотрим такой пример. Маша и Даша за день могут прополоть 3 грядки, Даша и Глаша — 4 грядки, а Глаша и Маша — 5 грядок. Спрашивается, сколько грядок за день смогут прополоть девочки, работая втроем? Вообразим, что сначала Маша и Даша работали один день, затем Даша и Глаша работали один день, а потом Глаша и Маша работали еще один день. Получается, что каждая из девочек работала два дня или что бригада, состоящая из Маши, Глаши и Даши, прополотла $3 + 4 + 5 = 12$ грядок за два дня. Значит, за один день эта бригада прополет вдвое меньше грядок, т. е. 6.

7. Задачи на работу.

Решение задачи 7 диагностической работы

Ключевой в задачах на работу является следующая задача: первый мастер может выполнить некоторую работу за a часов, а второй мастер — за b часов. За какое время выполнят работу оба мастера, работая вдвоем? Поскольку объем работы не задан, его можно принять равным единице. Тогда первый мастер за один час выполнит часть работы, равную $\frac{1}{a}$, второй — $\frac{1}{b}$, а оба мастера — часть работы, равную $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. Значит, всю работу они выполнят за время

$$t = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}.$$

7. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Решение. За 3 часа первый рабочий сделал $\frac{3}{15}$ всей работы.

Оставшиеся $\frac{12}{15}$ работы рабочие делали уже вместе и потратили на это

$$\frac{12}{15} : \frac{2}{15} = 6 \text{ (ч)}.$$

Значит, время, затраченное на выполнение всего заказа, составляет 9 часов.

Ответ. 9.

Тренировочная работа 7

Т7.1. Один мастер может выполняет заказ за 3 часа, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Т7.2. Гоша и Лёша вскапывают грядку за 8 минут, а один Гоша — за 24 минуты. За сколько минут вскапывает грядку один Лёша?

Т7.3. Даша и Маша пропалывают грядку за 18 минут, а одна Маша — за 45 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Т7.4. Карлсон съедает банку варенья за 8 минут, фрекен Бок — за 12 минут, а Малыш — за 24 минуты. За сколько минут они съедят банку варенья втроем?

Т7.5. Винни-Пух съедает горшочек меда за 3 минуты, Пятачок — за 8 минут, а ослик Иа — за 24 минуты. За сколько минут они съедят горшочек меда втроем?

Т7.6. Игорь и Паша красят забор за 3 часа. Паша и Володя красят этот же забор за 6 часов, а Володя и Игорь — за 4 часа. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроем? Ответ дайте в минутах.

Т7.7. Маша и Настя вымоют окно за 12 минут. Настя и Лена вымоют это же окно за 20 минут, а Маша и Лена — за 15 минут. За сколько минут девочки вымоют окно, работая втроем?

Т7.8. Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 6 вопросов теста, а Ваня — на 7. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Т7.9. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации выполняет заказ за 12 часов. Через 2 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Тренировочная работа 7

Т7.10. Прозаик хочет набрать на компьютере рукопись объемом 300 страниц. Если он будет набирать на 5 страниц в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 3 дня раньше. Сколько страниц в день планирует набирать на компьютере прозаик?

8. Задачи на бассейны и трубы.

Решение задачи 8 диагностической работы

Как уже отмечалось, задачи на бассейны и трубы аналогичны задачам на совместную работу. Модельная ситуация остается той же, только мастерам будут соответствовать насосы разной производительности, а работа будет заключаться в наполнении бассейна или иного резервуара.

8. Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 360 литров она заполняет на 10 минут медленнее, чем вторая труба?

Решение. Пусть первая труба пропускает x литров воды в минуту, $x > 0$. Тогда вторая труба пропускает $x + 6$ литров воды в минуту. Составим по условию задачи уравнение

$$\frac{360}{x} = \frac{360}{x+6} + 10,$$

откуда, сократив на 10, получим

$$\frac{36}{x} = \frac{36}{x+6} + 1,$$

и, следовательно,

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+6} = 1.$$

Приведем дроби в левой части к общему знаменателю:

$$\frac{36(x+6) - 36x}{x(x+6)} = 1,$$

откуда

$$x(x+6) = 36 \cdot 6 \quad \text{и} \quad x^2 + 6x - 216 = 0.$$

Корнями полученного квадратного уравнения являются числа -18 и 12, из которых только последнее удовлетворяет условию $x > 0$.

Ответ. 12.

Тренировочная работа 8

Т8.1. Первая труба пропускает на 10 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Ёмкость объемом 3000 литров вторая труба заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба. Пусть вторая труба пропускает x литров воды в минуту. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x+10} - 10$;

2) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x+10} + 10$;

3) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x-10} + 10$;

4) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x-10} - 10$.

Т8.2. Первая труба пропускает на 12 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 160 литров она заполняет на 12 минут позже, чем вторая труба?

Т8.3. Первая труба наполняет бак объемом 770 литров, а вторая труба — бак объемом 830 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 6 литров воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

Т8.4. В помощь садовому насосу, перекачивающему 7 литров воды за 4 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 5 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 63 литра воды?

Т8.5. Две трубы наполняют бассейн за 4 часа, а одна первая труба наполняет бассейн за 5 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Т8.6. Из бассейна с помощью насоса откачали 30 кубометров воды, а затем вновь заполнили бассейн до прежнего уровня. На всё это потребовалось 8 часов. Известно, что при заполнении бассейна насос перекачивает в час на 4 кубометра воды меньше, чем при откачивании. Сколько часов ушло на заполнение бассейна?

Тренировочная работа 8

Т8.7. Резервуар наполняется двумя насосами за 7,5 часов. Если включить только первый насос, то бассейн наполнится за 8 часов быстрее, чем при включении только второго насоса. За сколько часов заполняет резервуар второй насос?

Т8.8. Первый насос наполняет бак за 30 минут, второй — за 1 час 20 минут, а третий — за 4 часа. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Т8.9. Первый и второй насосы, работая вместе, наполняют бассейн за 6 часов. Второй и третий насосы, работая вместе, наполняют этот же бассейн за 12 часов, а первый и третий насосы — за 8 часов. За какое время наполнят бассейн три насоса, работая одновременно? Ответ дайте в минутах.

Т8.10. Первая труба наполняет резервуар на 22 минуты дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за один час. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Задачи на проценты, концентрацию, части, доли

Этот раздел посвящен текстовым задачам на проценты и концентрацию. Задачи на растворы, сплавы, смеси — в сущности, те же задачи на концентрацию, и вынесение их в тему занятия связано лишь с удобством поиска по названиям тем. В таких задачах считается, что массы смешиваемых веществ и их объемы остаются неизменными.

9. Задачи на проценты и доли.

Решение задачи 9 диагностической работы

При решении задач на проценты важно четко понимать, что процент — это просто сотая часть числа. Поэтому если величину a увеличить на 3, 15 или 27 процентов, то получим соответственно $1,03a$, $1,15a$, $1,27a$. Если же величину a уменьшить на 3, 15 или 27 процентов, то получим соответственно $0,97a$, $0,85a$, $0,73a$.

Попробуйте ответить на следующий вопрос: a дороже b на 25%, на сколько процентов b дешевле a ? Кажется, ответ очевиден: на 25%. Но это не так. В самом деле,

$$a = 1,25b = \frac{5}{4}b,$$

значит,

$$b = \frac{4}{5}a = 0,8a,$$

т. е. b дешевле a на 20%.

Рассмотрим еще один пример. В городе два магазина. В первом висит объявление о снижении цен на 60%, во втором — о снижении цен в 2,5 раза. Спрашивается, в какой магазин пойти покупателю, если цены в обоих магазинах до снижения были одинаковыми? Большинство почему-то выбирает второй магазин, хотя ответ здесь: в ближайший к дому. И впрямь, уменьшение величины a на 60% дает $0,4a$. Но уменьшение величины a в 2,5 раза приводит к тому же результату: получаем

$$\frac{a}{2,5} = 0,4a.$$

Решение задачи 9 диагностической работы

Поэтому, решая даже кажущиеся очень простыми задачи на проценты, следует немножко подумать и посчитать, прежде чем радостно вписывать в бланк неправильный ответ. Разумеется, это относится и к любым другим задачам.

Отметим ещё следующее. Последовательное увеличение величины на некоторое число процентов, а затем уменьшение результата на то же число процентов не приводит к начальной величине: ведь второе действие мы совершаем уже с другой величиной. То же самое можно сказать и об обратной последовательности действий. Любопытно, что в любом случае получим в итоге величину, меньшую начальной. Например, увеличив a на 10%, получим $1,1a$. Уменьшив полученную величину на 10%, получим

$$1,1a \cdot 0,9 = 0,99a$$

— полученная величина меньше начальной на 1%. При этом порядок действий не играет роли: если сначала уменьшить a на 10%, а затем результат увеличить на 10%, получим те же самые

$$0,99a = 0,9a \cdot 1,1.$$

В общем случае, при увеличении величины a на $k\%$ получим величину

$$a_1 = a \left(1 + \frac{k}{100} \right).$$

Если же теперь уменьшить a_1 на $k\%$, получим

$$a_2 = a_1 \left(1 - \frac{k}{100} \right) = a \left(1 + \frac{k}{100} \right) \left(1 - \frac{k}{100} \right),$$

т.е.

$$a_2 = a \left(1 - \left(\frac{k}{100} \right)^2 \right) < a.$$

9. Пять рубашек дешевле куртки на 25%. На сколько процентов семь рубашек дороже куртки?

Решение. Обозначим через P стоимость одной рубашки, через K — стоимость куртки. Из условия задачи следует, что $5P = 0,75K$, откуда $P = 0,15K$, и, следовательно, $7P = 1,05K$. Значит, семь рубашек дороже куртки на 5%.

Ответ. 5.

Тренировочная работа 9

Т9.1. Цена на товар была повышена на 11% и составила 1443 рубля. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

Т9.2. До снижения цен товар стоил 2700 рублей, а после снижения цен стал стоить 2322 рубля. На сколько процентов была снижена цена товара?

Т9.3. Стоимость покупки с учетом четырёхпроцентной скидки по дисконтной карте составила 1152 рубля. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

Т9.4. Себестоимость микрочипа снизилась в 4 раза. На сколько процентов снизилась себестоимость?

Т9.5. В 2008 году в городском квартале проживало 40 000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Т9.6. В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Т9.7. Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Т9.8. Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Т9.9. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 20000 рублей, он через два года был продан за 15842 рубля.

Тренировочная работа 9

Т9.10. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200 000 рублей. Митя внёс 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть уставного капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли в 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

10. Задачи на концентрацию, смеси, сплавы.

Решение задачи 10 диагностической работы

Задачи на концентрацию традиционно являются слабым звеном в подготовке школьников и абитуриентов, кажутся многим из них довольно сложными. В таких задачах речь обычно идет о растворах некоторого вещества в другом веществе и об изменении концентрации этого вещества после каких-либо манипуляций. При этом водные растворы, смеси или сплавы играют сходные роли и позволяют лишь несколько разнообразить сюжеты задач без изменения математического содержания. Ключевой при решении таких задач является идея отслеживания изменений, происходящих с «чистым» веществом (далее кавычки будем опускать).

В качестве модельной задачи рассмотрим следующую. Смешали a литров n -процентного водного раствора некоторого вещества с b литрами m -процентного водного раствора этого же вещества. Требуется найти концентрацию полученной смеси. Воспользуемся ключевой идеей: проследим за изменениями, происходящими с чистым веществом. В первом растворе его было

$$\frac{a}{100} \cdot n = \frac{an}{100} \text{ (литров),}$$

во втором растворе —

$$\frac{b}{100} \cdot m = \frac{bm}{100} \text{ (литров).}$$

Значит, количество чистого вещества в полученной смеси будет равно

$$\frac{an}{100} + \frac{bm}{100} \text{ (литров),}$$

а всего этой смеси получится $a + b$ литров. Теперь уже найти искомую концентрацию k не представляет труда:

$$k = \frac{\frac{an}{100} + \frac{bm}{100}}{a + b} \cdot 100 = \frac{an + bm}{a + b} \%.$$

Заметим, что растворы в этой задаче можно было бы заметить двумя сплавами разной массы и с разным содержанием чистого вещества (например, одного из двух металлов). Решение при этом практически не изменится, поменяются лишь единицы измерения и названия веществ.

Решение задачи 10 диагностической работы

10. Виноград содержит 91% влаги, а изюм — 7%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 21 килограмма изюма?

Решение. Используем ключевую идею: будем следить за массой «чистого», т.е. в данном случае «сухого» вещества в винограде и изюме. Пусть для получения 21 килограмма изюма требуется x кг винограда. Из условия следует, что масса «сухого» вещества в x кг винограда равна $0,09x$ кг. Поскольку эта масса равна массе «сухого» вещества в 21 килограмме изюма, то по условию задачи можно составить уравнение

$$0,09x = 0,93 \cdot 21,$$

откуда

$$9x = 93 \cdot 21,$$

т.е. $x = 217$ кг.

Ответ. 217.

Тренировочная работа 10

Т10.1. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Т10.2. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Т10.3. Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Т10.4. Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

Т10.5. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Т10.6. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Т10.7. Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Тренировочная работа 10

T10.8. Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

T10.9. В первой кастрюле был один литр кофе, а во второй кастрюле — один литр молока. Из второй кастрюли в первую перелили 100 г молока и хорошо размешали. После этого из первой кастрюли во вторую перелили 100 г смеси. Чего больше: молока в кофе или кофе в молоке?

- 1) Больше молока в кофе, чем кофе в молоке.
- 2) Больше кофе в молоке, чем молока в кофе.
- 3) Молока в кофе и кофе в молоке поровну.
- 4) Недостаточно данных для ответа на вопрос задачи.

T10.10. На главную городскую площадь приехали два туристических автобуса с пассажирами из одного круиза. Все места в каждом из автобусов были заняты. В первом автобусе находилось 45 польских туристов, во втором — 45 чешских туристов. Во время экскурсии начался ливень, и туристы бросились в автобусы, не разбирая, где чей. В результате в каждом автобусе все 45 мест оказались заняты. Кого больше: чешских туристов в польском автобусе или польских туристов в чешском?

- 1) Чешских туристов в польском автобусе и польских туристов в чешском поровну.
- 2) Чешских туристов в польском автобусе больше, чем польских туристов в чешском автобусе.
- 3) Польских туристов в чешском автобусе больше, чем чешских туристов в польском автобусе.
- 4) Недостаточно данных для ответа на вопрос задачи.

11. Арифметическая прогрессия.

Решение задачи 11 диагностической работы

11. Том Соьер и Гекльберри Финн красят забор длиной 100 метров. Каждый следующий день они красят больше, чем в предыдущий, на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме они покрасили 20 метров забора. За сколько дней был покрашен весь забор?

Решение. Пусть ребята в первый день покрасили a_1 метров забора, во второй — a_2 метров и т.д., в последний — a_n метров забора. Тогда

$$a_1 + a_n = 20 \text{ (м)},$$

а за n дней было покрашено

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = 10n$$

метров забора.

Поскольку всего было покрашено 100 метров забора, имеем: $10n = 100$, откуда $n = 10$.

Тренировочная работа 11

Т11.1 Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в *сумме* бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Т11.2. Рабочие прокладывают туннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.

Т11.3. Том Сойер и Гекльберри Финн красят забор длиной 270 метров. Каждый следующий день они красят больше, чем в предыдущий, на одно и то же число метров. Известно, что за первый день Том покрасил 4 метра забора. Определите, сколько метров забора покрасил Том в последний день, если вся работа была выполнена за 18 дней.

Т11.4. Васе надо решить 490 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.

Т11.5. Бригада маляров красит забор длиной 300 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый день бригада покрасила 20 метра забора. Определите, сколько метров забора покрасила бригада в последний день, если вся работа была выполнена за 6 дней.

Т11.6. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

Тренировочная работа 11

Т11.7. Грузовик перевозит партию щебня массой 210 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.

Т11.8. Строители строят телебашню высотой 200 метров. Известно, что каждая секция башни длиннее предыдущей на одно и то же число метров, а сумма длин первой и последней секций равна 40 метрам. Определите, из скольких секций состоит телебашня.

Т11.9. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

Т11.10. Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за четвертый день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

12. Геометрическая прогрессия.

Решение задачи 12 диагностической работы

12. У гражданина Петрова 1 августа 2000 года родился сын. По этому случаю он открыл в некотором банке вклад в 1000 рублей. Каждый следующий год 1 августа он пополнял вклад на 1000 рублей. По условиям договора банк ежегодно 31 июля начислял 20 % на сумму вклада. Через 6 лет у гражданина Петрова родилась дочь, и он открыл в другом банке ещё один вклад, уже в 2200 рублей, и каждый следующий год пополнял этот вклад на 2200 рублей, а банк ежегодно начислял 44 % на сумму вклада. Через сколько лет после рождения сына суммы на каждом из двух вкладов сравняются, если деньги из вкладов не изымаются?

Решение. Через n лет в первом портфеле будет сумма

$$\begin{aligned} 1000 + 1000 \cdot 1,2 + \dots + 1000 \cdot 1,2^n &= \\ &= 1000 \cdot \frac{1,2^{n+1} - 1}{1,2 - 1} = 5000(1,2^{n+1} - 1) \text{ (руб.)}. \end{aligned}$$

В это же время во втором портфеле окажется

$$\begin{aligned} 2200 + 2200 \cdot 1,44 + \dots + 2200 \cdot 1,44^n &= \\ &= 2200 \cdot \frac{1,44^{n+1} - 1}{1,44 - 1} = 5000(1,44^{n+1} - 1) \text{ (руб.)}. \end{aligned}$$

Приравняем эти суммы и решим полученное уравнение:

$$5000(1,2^{n+1} - 1) = 5000(1,44^{n+1} - 1).$$

Отсюда

$$1,2^{n+1} = 1,44^{n+1}, \quad \text{или} \quad 1,2^{n+1} = 1,2^{2(n+1)}.$$

Значит,

$$n + 1 = 2n + 2,$$

т.е. $n = 1$.

Ответ. 11.

Тренировочная работа 12

Т12.1. Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

Т12.2. Инженер Иванов после открытия своего дела получил в 2000 году прибыль в размере 7000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 400% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Иванов в период с 2000 по 2003 год?

Т12.3. Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год начиная с 2002 года она получала прибыль, которая составляла 200 % от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10 000 долларов, и начиная с 2004 года ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Т12.4. У гражданина Лукина 5 марта 2003 года родился сын. По этому случаю он открыл в некотором банке вклад в 1000 рублей. Каждый следующий год 5 марта он пополнял вклад на 1000 рублей. По условиям договора банк ежегодно 4 марта начислял 10% на сумму вклада. Через 5 лет у гражданина Лукина родился еще один сын, и он открыл в другом банке ещё один вклад, уже в 2100 рублей, и каждый следующий год пополнял этот вклад на 2100 рублей, а банк ежегодно начислял 21% на сумму вклада. Через сколько лет после рождения первого сына суммы на каждом из двух вкладов сравняются, если деньги из вкладов не изымаются?

Т12.5. Предприниматель Рубинов начал свое дело в 2002 году, имея капитал в размере 10000 рублей. Начиная с 2003 года он ежегодно получал прибыль, которая составляла 300% от капитала предыдущего года. А предприниматель Алмазов начал свое дело в 2003 году с капиталом в размере 6000 рублей

и начиная с 2004 года ежегодно получал прибыль, составляющую 400 % от капитала предыдущего года. На сколько рублей капитал одного из предпринимателей был больше капитала другого к концу 2006 года, если прибыль ни одним из них не изымалась из оборота?

Т12.6. Банк «Омега» открылся в 2000 году, имея капитал в размере 4000 долларов. Каждый год начиная с 2001 он получал прибыль, которая составляла 200 % от капитала предыдущего года. А банк «Эпсилон» открылся в 2003 году с капиталом в размере 10000 долларов и начиная с 2004 года ежегодно получал прибыль, составляющую 500% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одного из банков был больше капитала другого к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Т12.7. У портного Портнова 8 октября 2005 года родился сын. По этому случаю он открыл в некотором банке вклад в 3000 рублей. Каждый следующий год 8 октября он пополнял вклад на 3000 рублей. По условиям договора банк ежегодно 7 октября начислял 30% на сумму вклада. Через 4 года у портного Портнова родилась дочь, и он открыл в другом банке ещё один вклад, уже в 6900 рублей, и каждый следующий год пополнял этот вклад на 6900 рублей, а банк ежегодно начислял 69% на сумму вклада. Через сколько лет после рождения сына суммы на каждом из двух вкладов сравняются, если деньги из вкладов не изымаются?

Т12.8. Мистер Джонсон 7 августа 1997 года по случаю своего сорокалетия открыл в банке вклад, на который положил 6000 тугриков. Каждый год 7 августа он пополнял счёт на 6000 тугриков. По условию договора банк ежегодно 6 августа начислял 30% на сумму вклада. Через 7 лет 7 августа, следуя примеру мистера Джонсона, мистер Браун по случаю своего сорокалетия тоже открыл в банке вклад, на который положил 13 800 тугриков. Каждый следующий год 7 августа он пополнял счёт на 13800 тугриков, а банк ежегодно 6 августа начислял 69% на сумму вклада. Через сколько лет после открытия первого вклада суммы вкладов мистера Джонсона и мистера Брауна сравняются, если деньги из вкладов не изымаются?

Тренировочная работа 12

T12.9. Мистер Смит 31 января 2006 года по случаю своего тридцатилетия открыл в банке вклад, на который положил 1000 пиастров. Каждый год 31 января он пополнял вклад на 1000 пиастров. По условиям договора банк ежегодно 30 января начислял 40 % на сумму вклада. Через 3 года у мистера Смита родился сын, и он открыл вклад в другом банке, положив на него уже 2400 пиастров, и каждый следующий год 31 января пополнял этот вклад на 2400 пиастров, а банк ежегодно 30 января начислял 96 % в год на сумму вклада. Через сколько лет после открытия первого вклада суммы вкладов сравняются, если деньги со счетов не снимают?

T12.10. У гражданина Маслова 4 апреля 2007 года родилась дочь. По этому случаю он открыл в некотором банке вклад в 250 динаров. Каждый следующий год 4 апреля он пополнял вклад на 250 динаров. По условиям договора банк ежегодно 3 апреля начислял 10 % на сумму вклада. Через 2 года у гражданина Маслова родилась еще одна дочь, и он открыл в другом банке ещё один вклад, уже в 525 динаров, и каждый следующий год пополнял этот вклад на 525 динаров, а банк ежегодно начислял 21 % на сумму вклада. Через сколько лет после рождения первой дочери суммы на каждом из двух вкладов сравняются, если деньги из вкладов не изымаются?

Диагностическая работа 1

Д1.1. Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

Д1.2. Из посёлка А в посёлок В, расстояние между которыми равно 30 км, выехал грузовик, а через 6 минут следом за ним выехал автобус, скорость которого на 10 км/ч больше скорости грузовика. Найдите скорость автобуса, если в посёлок В он прибыл одновременно с грузовиком. Ответ дайте в км/ч.

Д1.3. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

Д1.4. Расстояние между пристанями А и В равно 72 км. Отчалив от пристани А в 8:00 утра, теплоход проплыл с постоянной скоростью до пристани В. После трехчасовой стоянки у пристани В теплоход отправился в обратный рейс и прибыл в А в тот же день в 20:00. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Д1.5. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 74 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 66 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д1.6. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Д1.7. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Д1.8. Две трубы наполняют бассейн за 3 часа 36 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 6 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Диагностическая работа 1

Д1.9. Стоимость покупки с учетом пятипроцентной скидки по дисконтной карте составила 2185 рублей. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

Д1.10. Смешали 44 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 56 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Д1.11. У Пети есть 120 рублей. Каждый день он тратит больше, чем в предыдущий день, на одну и ту же сумму. Известно, что за первый день Петя потратил 10 рублей. Определите, какую сумму потратил Петя в последний день, если все свои деньги он потратил за 6 дней.

Д1.12. Предприниматель Копеечкин после открытия своего дела получил в 2000 году прибыль в размере 10000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 200 % по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал предприниматель Копеечкин за 2004 год, если прибыль из оборота не изымалась?

Диагностическая работа 3

Д2.1. Из городов А и В, расстояние между которыми равно 330 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 3 часа на расстоянии 180 км от города В. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города А. Ответ дайте в км/ч.

Д2.2. Расстояние между городами А и В равно 150 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист. Мотоциклист догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

Д2.3. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через полчаса после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Д2.4. Расстояние между пристанями Л и В равно 120 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Д2.5. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 480 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д2.6. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

Д2.7. Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Диагностическая работа 3

Д2.8. В помощь садовому насосу, перекачивающему 5 литров воды за 2 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?

Д2.9. В 2008 году в городском квартале проживало 30000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 9%, а в 2010 году — на 10% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Д2.10. Первый сплав содержит 20% меди, второй — 80% меди. Масса первого сплава больше массы второго на 60 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 32% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Д2.11. Бригада маляров красит забор длиной 400 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый день бригада покрасила 5 метров забора. Определите, сколько метров забора было покрашено за седьмой день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

Д2.12. Бизнесмен Сидоров после открытия своего дела получил в 2000 году прибыль в размере 10000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 200% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал бизнесмен Сидоров в период с 2000 по 2005 год?

Диагностическая работа 3

Д3.1. Расстояние между городами А и В равно 470 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

Д3.2. Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Д3.3. Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутая стрелка в четвёртый раз поравняется с часовой?

Д3.4. Баржа проплыла по реке от пристани А до пристани В и вернулась обратно, затратив на путь по течению реки в три раза меньше времени, чем на путь против течения. Во сколько раз скорость течения реки меньше скорости баржи в стоячей воде?

Д3.5. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующий час — со скоростью 100 км/ч, а последние два часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д3.6. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.

Д3.7. Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов теста, а Ваня — на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Диагностическая работа 3

Д3.8. Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Д3.9. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 30000 рублей, он через два года был продан за 24 300 рублей.

Д3.10. Смешав 40-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 100 кг чистой воды, получили 24-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 100 кг воды добавили 100 кг 52-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 50-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 40-процентного раствора использовали для получения смеси?

Д3.11. Грузовик перевозит партию песка массой 210 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый и последний день в сумме грузовик перевез 14 тонн песка. Определите, сколько дней понадобилось, чтобы перевезти всю партию.

Д3.12. Предприниматель Петров начал свое дело в 2000 году, имея капитал в размере 10000 рублей. Каждый год начиная с 2001 года он получал прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А предприниматель Иванов начал свое дело в 2003 году с капиталом в размере 20 000 рублей и каждый год начиная с 2004 года получал прибыль в 300% от капитала предыдущего года. На сколько рублей капитал одного из предпринимателей будет больше капитала другого к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Диагностическая работа 4

Д4.1. Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 45 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

Д4.2. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 180 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Д4.3. Из точки А круговой трассы одновременно начинают равномерное движение в противоположных направлениях два тела. В момент их встречи первое тело проходит на 300 метров больше, чем второе, и возвращается в точку А через 5 минут после встречи. Найдите длину трассы в метрах, если второе тело возвращается в точку А через 20 минут после встречи.

Д4.4. От лесоповала вниз по течению реки движется плот длиной 3 км. Плотовщик доплывает на моторке из конца плота к его началу и обратно за 25 минут. Найдите скорость плота, если собственная скорость моторки равна 15 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Д4.5. Первые 100 км автомобиль ехал со скоростью 100 км/ч, следующие 200 км — со скоростью 50 км/ч, а последние 300 км — со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Д4.6. По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 65 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

Д4.7. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Диагностическая работа 4

Д4.8. Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Д4.9. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 100000 рублей. Митя внёс 20 % уставного капитала, Антон — 32000 рублей, Гоша — 0,18 уставного капитала, а оставшуюся часть уставного капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли в 150000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

Д4.10. Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 70 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 42 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 50 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Д4.11. Том Сойер красит забор длиной 300 метров. Каждый следующий день он красит больше, чем в предыдущий, на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме Том покрасил 50 метров забора. Определите, за сколько дней Том покрасил весь забор.

Д4.12. У гражданина Иванова 27 февраля 1998 года родилась дочь. По этому случаю он открыл в некотором банке вклад в 2000 рублей. Каждый следующий год 27 февраля он пополнял вклад на 2000 рублей. По условиям договора банк ежегодно 26 февраля начислял 20 % на сумму вклада. Через 10 лет у гражданина Маслова родился сын, и он открыл в другом банке ещё один вклад, уже в 4400 рублей, и каждый следующий год пополнял этот вклад на 4400 рублей, а банк ежегодно начислял 44 % на сумму вклада. Через сколько лет после рождения дочери суммы на каждом из двух вкладов сравняются, если деньги из вкладов не изымаются?